Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE DIRECT®

European Journal of Combinatorics 25 (2004) 1135–1137

European Journal of Combinatorics

www.elsevier.com/locate/ejc

Foreword

Special issue for the 60th birthday of Alain Lascoux

Ce numéro spécial du Journal Européen de Combinatoire rassemble les contributions de nombreux auteurs qui ont voulu témoigner de l'influence des idées et des travaux d'Alain Lascoux dans le développement actuel de la combinatoire.

Depuis ses premiers articles consacrés aux variétés de Schubert, Alain Lascoux s'est toujours intéressé aux relations entre la géométrie, l'algèbre et la combinatoire. Le calcul de Schubert sur les Grassmanniennes mène en effet à l'algèbre des fonctions symétriques, et plus spécialement aux fonctions de Schur et aux tableaux de Young. Les fonctions de Schur conduisent aux représentations du groupe symétrique et du groupe linéaire, des groupes si classiques que beaucoup pensaient dans les années 1970 qu'il n'y avait plus rien à en dire après les travaux des grands ancêtres Young, Frobenius, Schur et Weyl.

Les recherches d'Alain Lascoux, menées en grande partie en collaboration avec Marcel-Paul Schützenberger, ont joué un rôle essentiel dans le changement de point de vue qui s'est opéré depuis lors. Parmi les merveilles découvertes par ce duo singulier, citons l'algèbre plaxique, qui permet d'élucider la règle de Littlewood-Richardson, la charge des tableaux de Young, qui fournit la description combinatoire des polynômes de Kotska-Foulkes, les polynômes de Schubert, qui ne sont pas dûs à Schubert, l'interprétation combinatoire des polynômes de Kazhdan-Lusztig grassmanniens, le treillis enveloppant de l'ordre de Bruhat, et une quantité de nouveaux objets et d'algorithmes combinatoires aux noms intéressants: cyclage, catabolisme, atomes, clefs, permutations vexillaires . . .

Les onze articles regroupés dans ce volume montrent qu'aujourd'hui la "combinatoire du groupe symétrique" est devenue un carrefour où se rencontrent des spécialistes de domaines très différents, et on peut penser que la curiosité et l'ouverture d'Alain Lascoux ont beaucoup contribué à cet essor.

L'article de David Buchsbaum illustre l'influence historique exercée par la thèse de Lascoux dans le domaine des variétés déterminantales et des résolutions d'idéaux engendrés par des mineurs. Après avoir magistralement traité le cas de la caractéristique zéro, Lascoux a généreusement laissé aux algébristes la caractéristique p, qui vingt-cinq ans après résiste encore. Les représentations de S_n en caractéristique p (qu'il n'a guère étudiées non plus car il y a encore beaucoup à faire en caractéristique zéro) fournissent des exemples de codes linéaires dont Adalbert Kerber et Axel Konhert étudient les propriétés dans leur article.

doi:10.1016/j.ejc.2003.11.003

Cinq articles de ce volume ont pour sujet la variété de drapeaux et les polynômes de Schubert, un thème cher à Lascoux.

Witold Kraśkiewicz et Piotr Pragacz montrent que, de même que les fonctions de Schur admettent une interprétation fonctorielle en termes des foncteurs de Schur introduits par Lascoux dans sa thèse, les polynômes de Schubert sont les traces de modules de Schubert obtenus au moyen de nouveaux foncteurs, les foncteurs de Schubert.

William Chen, Guo-Guang Yan et Arthur Yang étudient de manière combinatoire les polynômes de Schubert gauches. Ils en donnent notamment une interprétation en termes de chemins et une interprétation en termes de tableaux.

Lascoux et Schützenberger ont consacré beaucoup d'efforts à l'étude des intervalles de l'ordre de Bruhat, motivés par le calcul des polynômes de Kazhdan-Lusztig et de la cohomologie d'intersection des variétés de Schubert. Dans son article, Francesco Brenti montre comment les polynômes de Kazhdan-Lusztig des intervalles initiaux peuvent être calculés en utilisant uniquement la structure d'ensemble ordonné de ces intervalles, répondant ainsi à une question ouverte depuis plus de vingt ans.

Stephen Griffeth et Arun Ram étudient de manière combinatoire l'anneau de K-théorie équivariante de la variété de drapeaux d'un groupe réductif G, en le réalisant comme un quotient de l'algèbre de Hecke affine. Ils prouvent plusieurs formules de multiplication de type Pieri-Chevalley pour les polynômes de Grothendieck, généralisant ainsi des résultats de Fulton et Lascoux pour le cas $G = GL_n$.

Anatol Kirillov et Toshiaki Maeno montrent que l'anneau de cohomologie (classique ou quantique) de la variété de drapeaux associée à un groupe de Coxeter peut être plongé dans une algèbre non commutative. Ils en déduisent en particulier une formule de Pieri pour le type B_n généralisant la formule obtenue par Lascoux et Schützenberger pour le type A_n.

Deux articles du volume montrent les interactions de la combinatoire et de la théorie des représentations.

Boris Feigin, Michio Jimbo, Masaki Kashiwara, Tetsuji Miwa, Evgeny Mukhin et Yoshihiro Takeyama donnent une réalisation polynomiale du produit tensoriel de deux représentations de niveaux 1 et -1 de l'algèbre affine quantique $U_q(\widehat{sl}_2)$. La preuve utilise entre autres techniques la théorie des bases cristallines, dont le monoïde plaxique de Lascoux et Schützenberger peut être vu comme un précurseur pour le type A.

Maxim Nazarov étudie dans son article le produit d'induction de deux modules d'évaluation sur des algèbres de Hecke affines de type A. Il calcule explicitement les valeurs propres de la R-matrice trigonométrique sur certaines composantes irréductibles du produit, et en déduit une nouvelle preuve de la q-formule des équerres pour l'énumération des tableaux de Young.

L'article de Christine Bessenrodt et Igor Pak est consacré à l'énumération des partitions. Il présente une nouvelle méthode pour prouver de nombreuses congruences modulo 2 de nombres de partitions en utilisant une construction ingénieuse d'involutions.

Quant à Adriano Garsia et Nolan Wallach, ils étudient de manière combinatoire les fonctions de Baker-Akhiezer pour le groupe symétrique $S_2 = \mathbb{Z}_2$. Ces fonctions se trouvent être étroitement reliées à la combinatoire des involutions de S_n et aux polynômes orthogonaux de Bessel.

Pour conclure cette préface je voudrais citer le "Formulaire raisonné des fonctions symétriques" de Lascoux et Schützenberger (célèbre cours d'informatique qui ramena vers la combinatoire plus d'une brebis égarée):

> *Le monoïde plaxique, les q-fonctions symétriques et les polynômes de Schubert ont une place de choix dans notre avenir républicain (mais aussi écologique).*

Cette prédiction d'il y a presque vingt ans se trouve aujourd'hui amplement établie. Je suggère de la vérifier à nouveau tous ensemble en 2014 lors d'un nouvel anniversaire.

Je remercie tous ceux qui par leurs articles ou leurs conseils ont contribué à la réalisation de ce numéro spécial, et tout particulièrement Piotr Pragacz et Jean-Yves Thibon.

Bernard Leclerc,
Département de Mathématiques,
Université de Caen,
F-14032 Caen cedex, France

E-mail address: leclerc@math.unicaen.fr

Available online 18 December 2003